

# 转子强度整体求解的有限元柔度 计 算 法

哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所无锡分部  
盛惠渝 孙伯涛 李 斐 牛秀云

## 摘 要

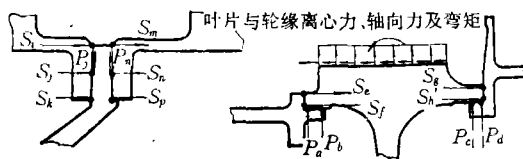
本文对既有径向过盈又有轴向预紧、结构复杂的转子的整体强度提出一种计算方法,即先用有限元素法求转子各子结构联接节点柔度,再求联接节点内力,最后求出各子结构变形与应力。其优点是使转子与各子结构间的力学关系清晰,并可在小型计算机或微机上求解大题目。本文提供了该方法的力学模型与基本方程、计算方法和算例。

我们曾对十级盘鼓式压气机红套转子的静强度,按圆柱壳、锥壳理论进行了整体求解<sup>[1]</sup>,并与单级解析法<sup>[2,3]</sup>相比。整体求解考虑了各级弹性变形的相互影响,显然更加合理,其计算结果与单级解析法有明显的差别。此后我们对一个结构复杂并具有双向过盈的可拆式压气机转子,先用有限元素法求出各子结构(转子每个零件为一个子结构)联接节点的柔度与自由变形,然后解满足双协调边界条件的线性方程组,以求出的各联接节点的内力为边界条件,再用有限元素法求各子结构的变形与应力,这就是本方法的基本思想。

要实验测定整个转子的变形与应力,目前尚难以做到。因而研制一种比较准确的计算方法,具有实际意义。国外同行也在致力于该工作<sup>[4]</sup>。

## 一、力学模型与基本方程

图1为力学模型。转子结构按实际状况,各子结构边界满足双协调条件,即考虑到双向过盈的界面位移连续和界面力平衡。可适用的结构形式与载荷类型取决于所选用的有限元程序本身,本文没有其它附加规定。



$$u_i = \sum_{j=1}^n P_j \xi_{ij}^P + \sum_{j=1}^m S_j \xi_{ij}^S + u_i^z \quad (2)$$

式中  $w_i$ ,  $u_i$  分别为径向和轴向位移;  $P_j, S_j$  分别为联接节点的径向和轴向内力,  $\lambda_{ij}^P, \xi_{ij}^P$  分别为  $P_j$  或  $S_j$  作用下的径向和轴向柔度;  $w_i^z, u_i^z$  分别为径向和轴向自由位移, 即除  $P_j, S_j$  以外的其余全部外载产生的位移。下标  $i$  为变形点,  $j$  为受力点。

**2. 轴向位移连续方程** 转子轴向位移是相对于转子上某一个相对于机匣的固定点而言的, 当该点不存在时 (即无止推轴承), 只要轴向外载平衡, 原则上可选转子上任一点为轴向固定点, 实际计算中, 将此点选在任意两个子结构联接边界上较方便。每个子结构上应各有一个这种固定点为参照系的相对固定点, 其轴向位移作为各子结构轴向刚体位移, 叠加到子结构每个节点上, 得到轴向位移的“真值” ( $u_i$ )<sub>zh</sub>, 在建立轴向位移连续方程时, 应用此“真值”, 在任意选择各子结构轴向相对固定点时, 不会影响该方程的正确性和唯一性。

$$(u_i^{\text{左}})_{zh} - (u_i^{\text{右}})_{zh} = \delta_i \quad (\delta_i \geq 0) \quad (3)$$

式中  $\delta_i$  为轴向预紧量。上标“左”、“右”分别表示联接节点  $i$  分属于左、右子结构。

**3. 径向位移连续方程** 用上标  $\text{II}$  表示孔,  $\text{I}$  表示轴。径向过盈  $\Delta_i = d_i - D_i$ , 则

$$w_i^{\text{II}} - w_i^{\text{I}} = \Delta_i / 2 \quad (4)$$

**4. 轴向力平衡方程** 在任何平衡工况下转子的轴向外载平衡, 故各子结构受到的轴向力亦应平衡:

$$2\pi \sum_{i=1}^k S_i + F_j = 0 \quad (5)$$

式中  $F_j$  为各子结构除  $S_i$  以外的其余轴向外力, 显然所有子结构的  $F_j$  之和为零。

## 二、计算方法

**1. 化整为零** 分别求每一个子结构联接节点的柔度与自由变形。本文选用常应变三角形环元素轴对称有限元程序。

**2. 聚零为整** 求整个转子在组合状况下各联接节点的内力  $P_j, S_j$ 。将方程 (1)、(2) 代入方程 (3)、(4)、(5), 经整理得到以  $n$  个  $P_j, S_j$  为未知数的线性方程组:

$$([\lambda]_{n \times n} + [\xi]_{n \times n} + [IO]_{n \times n})(\{P_j\}_{n \times 1} + \{S_j\}_{n \times 1}) = (\{\Delta\}_{n \times 1} + \{\delta\}_{n \times 1} + \{F\}_{n \times 1}) \quad (6)$$

其中  $[\lambda]_{n \times n}, [\xi]_{n \times n}$  表示由柔度  $\lambda_{ij}, \xi_{ij}$  的各种组合形成的柔度矩阵,  $[IO]_{n \times n}$  表示由轴向力平衡方程 (5) 带来的由 0 与 1 组成的若干行内力的系数矩阵。恰当地排列  $n$  个方程的顺序, 可使这方程组系数矩阵为带状阵, 由于包含了方程 (5), 故此带状系数矩阵是不完全对称的。(6) 式右端三项分别表示由  $\Delta_i$  和  $w_i^z$ ,  $\delta_i$  和  $u_i^z$  以及  $F_j$  组成的列矩阵。

我们编制的求内力程序自动检查各径向与轴向配合面是否松脱, 自行判断各内力  $P_j, S_j$  的真伪性。对不能保持位移连续的界面节点, 该点位移连续条件自行松弛, 程序降元迭代, 求出真正的内力个数与数值。

**3. 再化整为零** 对各子结构仍用原有的有限元计算网格和轴向相对固定点, 以求出的内力为边界条件, 用上述所选用的有限元程序求各子结构变形与应力。

为了慎重起见, 曾经过模型计算, 证明本法与一般有限元素法的计算结果相同, 轴向固定点的选择并不影响解的唯一性。

### 三、计算实例与结果分析

我们用本计算方法对一个低压压气机转子进行了整体的有限元计算和结构强度设计。该转子按长寿命要求设计, 最大应力控制在 $4000\text{kgf/cm}^2$ 左右(即中等应力水平), 在高应力区不开孔, 采用小过盈可拆式结构, 具有内外两层鼓筒, 以保持良好刚性。

当 $\Delta_1, \delta_1$ 同为公差上限时, 整个转子的变形见图 2, 等当量应力线见图 3。

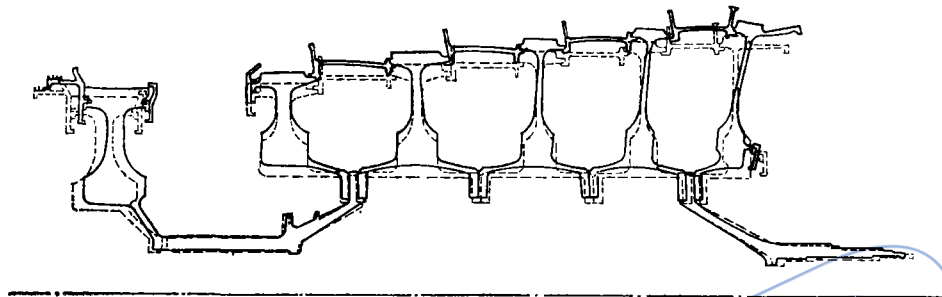


图 2 设计工况下转子变形图(变形放大20倍)

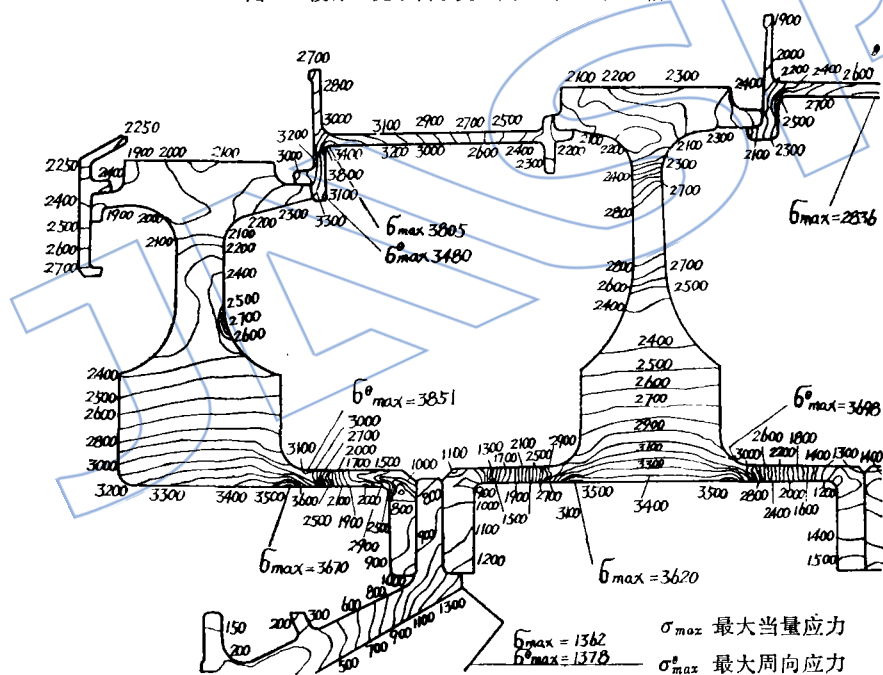


图 3 设计工况下转子等应力线图(局部)

1. 与单级解析法比较 这两种计算方法求得的轮盘主体部分的应力水平相近。各级最大应力都在轮盘与内鼓筒的转接区, 但数值相差很大, 见图 4。整体求解的有限元柔度计算法求出转子最大当量应力 $\sigma_d^1$ , 最大周向应力 $\sigma_\theta$ 都在第 6 级盘鼓圆弧转接区, 分别为 $4100$  和  $4365\text{kgf/cm}^2$ 。

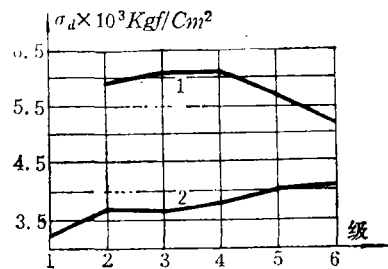


图 4 本法(2)与单级法(1)所得 $\sigma_d$

2. 实际组合状态与单个自由状态之比较 表 1 为转子中部分零件在双向配合均为最紧的组合状态下, 与在自由状态下的应力比较。这既反应了 $\Delta_i$ ,  $\delta_i$ 的影响, 又包含各级弹性

表 1 设计工况下, 组合状态与自由状态最大 $\sigma_d$ 之对比[kgf/cm<sup>2</sup>]

| 名 称  | 1 级盘 | 2 级盘 | 4 级盘 | 6 级盘 | 2 级隔圈 | 4 级隔圈 | 5 级隔圈 | 前锥轴  | 后锥轴  |
|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|
| 组合状态 | 3212 | 3670 | 3800 | 4097 | 3805  | 2755  | 2909  | 1362 | 1676 |
| 自由状态 | 3253 | 3838 | 3724 | 3689 | 2715  | 3294  | 3663  | 767  | 1236 |
| 相 差% | -1.3 | -4.4 | 2.0  | 11.1 | 40.1  | -16.4 | -20.6 | 77.6 | 35.6 |

变形的相互作用。由表 1 可见: (1) 由于第 1 级盘的刚度比该级气封环、挡圈的刚度大得多, 故后者对盘的加强作用弱, 盘的最大 $\sigma_d$ 只下降 1.3%, 但环、圈应力却分别增加 5.9% 和 10.7% (未列入表 1)。(2) 中间第 4 级盘的轴向变形处最有利位置, 同时, 盘与隔圈径向自由变形相近, 故盘的 $\sigma_d$ 只增加 2%。地处边缘的第 5、6 级盘, 刚性较弱, 同时受隔圈径向变形影响较大, 故应力增加 11% 左右。(3) 隔圈刚性低于盘, 故应力变化较大, 这正是所希望的, 因为这说明隔圈被压紧了, 同时又控制最大 $\sigma_d$ 不超过 4000 kgf/cm<sup>2</sup>。

3. 不同的 $\Delta_i$ ,  $\delta_i$ 之比较 仅以第 2 级隔圈为例, 在 $\Delta_i$ ,  $\delta_i$ 同为公差上限时,  $\sigma_d$ 较自由状态增加 40.1%; 在 $\Delta_i$ 为上限, 而 $\delta_i = 0$ 时, 隔圈最大 $\sigma_d = 3099$  kgf/cm<sup>2</sup>, 较自由状态增加 14%。这说明对于 2 级隔圈,  $\delta_i$ 的影响较 $\Delta_i$ 为大, 这是其直径较小, 而左右两边轴向配合面直径相差较大所致。

4. 各配合面松紧状况 根据所求得诸联接节点内力 $P_j$ ,  $S_j$ 的大小与方向, 发现该转子在设计工况或是静止时, 各零件径向或轴向的任一配合面上, 往往是大部分贴合, 小部分分离, 很少全长度贴合。此现象并不因增加过盈而消失。对于壁厚较小的转子, 尽管还不象航空发动机转子那样薄, 这一现象也不可避免, 应注意它对转子动力学问题的影响。

5. 盘与斜锥轴一体设计问题 本计算表明, 若将第 6 级盘与后锥轴设计成两件 (便于加工), 该级联接螺栓承受的剪力比中间级大 70 倍以上, 对螺栓工作可靠性不利, 所以应将盘与斜锥轴设计成一体。

此项工作首先得到该项工程总设计师李根深和所内外有关同志的支持和帮助。在此, 我们表示深切地感谢!

### 参 考 文 献

- [1] 盛惠渝, “盘鼓混合式转子强度整体解析法”, 中国造船工程学会 (轮机) 1980 年度学术年会论文, 上海科技情报所 214198。
- [2] 刘英阜, “盘鼓混合式转子强度单级解析法”, 本所科研报告 YJ-001, 1965。
- [3] 徐锴、盛惠渝, “盘鼓混合式转子强度单级解析法源程序”, 本所科研报告 YJ-003, 1978。
- [4] Бомсноб В. Г., “Исследование напряженно-деформированного состояния ротора турбо-вентилятора АГТД методом конечных элементов”, проблемы прочности, 1983.2。

(责任编辑 郑祺选)

characteristics of three types of aeroengine have been analyzed with this program and the results are satisfactory.

## A CALCULATION OF A ROTOR INTEGRAL STRENGTH WITH FINITE ELEMENT METHOD FOR FLEXIBILITY

Sheng Huiyu, Sun Botao, Li Fei, Niu Xiuyun  
(*Marine Boiler and Turbine Research Institute*)

### Abstract

A calculation method is presented to determine the integral strength of a complex rotor with both radial interference and axial pretension. The method is characterized by followings: calculating the flexibilities and free deformations at the connection nodal points of rotor substructures with finite element method at first; determining the inner forces at these points then; obtaining the deformations and stresses of the individual rotor substructures at last. The method is verified by using a conventional finite element method for a modal stage in good agreement. The present method has been applied to the final design of a disk-drum detachable rotor with bidirectional interferences, which consists of profile wheels, annulus spacers and conical shafts. The rotor is designed for a six-stage compressor and is divided into 2504 annular elements of triangular type by 2020 nodal points. The rotor integral strength calculation is performed on a small computer of only 16K memories. The rotor deformation and iso-stress line diagrams are drawn by computer. The mechanical relationship of the rotor with its individual parts is quite clear.

## INVESTIGATION ON BLADE FORCE DEFECT IN END WALL BOUNDARY LAYER FOR MULTISTAGE AXIAL COMPRESSOR

Liu Songling  
(*Northwestern Polytechnical University*)

### Abstract

In order to predict the blade force defect a new model is proposed which is based on the analysis of the deflection of the blade force in boundary layer due to the secondary flows in cascade both with and without tip clearance. It is assumed that the scalar product of blade force defect and mainstream velocity is proportional to the work done by the cascade secondary flow drag and can be expressed as equation(16) in the present paper. This equation approaches to the relation suggested by Mellor et al. as the lift coefficient value of the blade is very low. A method using the values of blade force defect in boundary layer is pre-